

Curvas y Superficies Examen VI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Curvas y Superficies Examen VI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Curvas y Superficies.

Curso Académico 2025/26.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Sebastián Montiel Gómez.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 18 de junio de 2026.

Duración 3 horas.

Elija y responda a continuación a los ejercicios que desee, siempre que la suma de la puntuación máxima de los mismos no supere los 10 puntos.

Ejercicio 1 (4 puntos). Enuncie el Teorema de Hilbert-Liebmann y demuéstrela a partir del Lema (o Teorema) de Hilbert.

Ejercicio 2 (4 puntos). Enuncie y demuestre el Teorema Fundamental de las Curvas Planas.

Ejercicio 3 (2.5 puntos). Decida razonadamente acerca de la veracidad o falsedad de las siguientes cuestiones:

- a) Hay curvas planas regulares con curvatura constante que no son arcos de circunferencias.
- b) Hay curvas planas regulares con curvatura constante negativa.
- c) Si S es una superficie conexa y orientable cuyas dos curvaturas principales son nulas en todo punto, entonces es un abierto de un plano.

Ejercicio 4 (2.5 puntos). Demuestre que una superficie conexa y compacta con curvatura de Gauß positiva en todo punto y tal que el cociente H/K es constante tiene que ser una esfera.

Ejercicio 5 (2.5 puntos). Dos superficies S_1 y S_2 se dicen tangentes en un punto $p \in \mathbb{R}^3$ si $p \in S_1 \cap S_2$ y $T_p S_1 = T_p S_2$. Suponga que una superficie S es tangente a un plano P a lo largo de los puntos de una curva $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ p.p.a. Demuestre que la curvatura de Gauß K de S satisface $K_{\alpha(s)} = 0$ para cada $s \in I$.

Ejercicio 6 (2.5 puntos). Sea $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ una curva p.p.a. con curvatura k y torsión τ positivas. Demostrar que las rectas tangentes a α forman un ángulo constante con una dirección fija de \mathbb{R}^3 si y solo si el cociente k/τ es constante.